

## LES CIRCUITS FONDAMENTAUX DE L'ELECTRONIQUE:

# LES OSCILLATEURS A QUARTZ

Les oscillateurs à quartz entrent dans la gamme des oscillateurs LC, en quelque sorte par analogie. Un quartz, comme nous l'avons entrevu dans le numéro précédent, c'est à la fois un circuit résonnant parallèle (circuit bouchon) et un circuit résonnant série. Mais alors que des composants passifs tels que les condensateurs, les inductan-

ces, les résistances... nous sont familiers, le quartz apparaît bien souvent comme mystérieux : c'est vraiment le dipôle dans une « black box », avec une entrée et une sortie ; aussi allons-nous voir de plus près ce qu'il en est du quartz et de ses propriétés, ce qui nous amène tout d'abord à l'effet piézo-électrique.

## L'effet piézo-électrique : historique

Les phénomènes piézo-électriques sont connus depuis la plus lointaine antiquité ; toutefois, ce n'est qu'en 1717 que Limery présente à l'Académie des sciences un mémoire sur ce qui peut être considéré comme le sujet. A l'époque, on est plus attiré par le phénomène de pyro-électricité (phénomène par lequel certains cristaux acquièrent des charges électriques, sur leurs faces opposées, sous l'effet d'un apport de chaleur) et il est connu, par exemple, que la tourmaline chauffée a la propriété d'attirer de petits morceaux de papier. La propriété qu'ont quelques cristaux de se charger d'électricité en surface quand ils sont clivés a également été observée. Mais très peu de papiers à l'époque font directement état de l'effet piézo-électrique qui veut que des charges électriques apparaissent, proportionnelles à la force de contrainte appliquée (1). Cependant, l'idée que Coulomb aurait envisagé la production d'électricité à partir de contraintes mécaniques (pressions) a été avancée. Au début du XIX<sup>e</sup> siècle,

des savants tel René Haüy (2) – à l'origine de la cristallographie – et Antoine Becquerel (3) – grand-père du Prix Nobel Henri Becquerel – qui mènent chacun de leur côté des expériences systématiques sur la pyro-électricité sont bien près d'aboutir et, à ce titre, peuvent être considérés comme des précurseurs. Il faut toutefois attendre 1880 et Jacques et Pierre Curie pour montrer la possibilité qu'ont certains cristaux de développer une polarisation électrique sous l'action de forces mécaniques (4). Certes, comme nous l'avons vu, des travaux antérieurs aux leurs existaient.

Cependant, ce sont leurs études de la pyro-électricité et de la symétrie cristalline qui permet, sans équivoque, de prédire que les classes de cristaux dotés de propriétés pyro-électriques doivent aussi, sous certaines conditions, développer de l'électricité polaire quand ils sont soumis à des pressions suivant les axes caractéristiques du cristal\*. De plus, ils montrent de façon expérimentale, et prouvent donc, que de telles charges sont générées et qu'elles sont proportionnelles à la pression, alors qu'elles disparaissent quand la contrainte mécanique n'est plus appliquée. Moins d'un an après les frères Curie, Lippmann (5) énonce, à partir de

considérations théoriques prenant pour base les principes de la thermodynamique, l'effet piézo-électrique inverse, complément de l'effet précédent et, quelques mois après Lippmann, Jacques et Pierre Curie font la preuve expérimentale de l'existence de cet effet inverse (6). La piézo-électricité est née.

En 1890, Voigt donne une théorie générale de ce phénomène. Il faut toutefois attendre la Première Guerre mondiale pour que la piézo-électricité trouve dans les sondeurs sous-marins une première application grâce à Paul Langevin, un élève de Pierre Curie. Cady, en 1922, réalise un oscillateur à ondes entretenues, stabilisé par quartz. Enfin Butterworth et Van Dyke montrent qu'un quartz peut être assimilé à un dipôle, ce qui permet de considérer un quartz comme un assemblage de diverses impédances et donc d'étudier les circuits l'utilisant par des procédés identiques à ceux employés dans l'étude des circuits électriques.

## Le quartz

Le quartz est de la silice  $SiO_2$  qui cristallise sous forme d'un prisme hexagonal surmonté de deux pyramides

\* Cela sera précisé au paragraphe suivant.

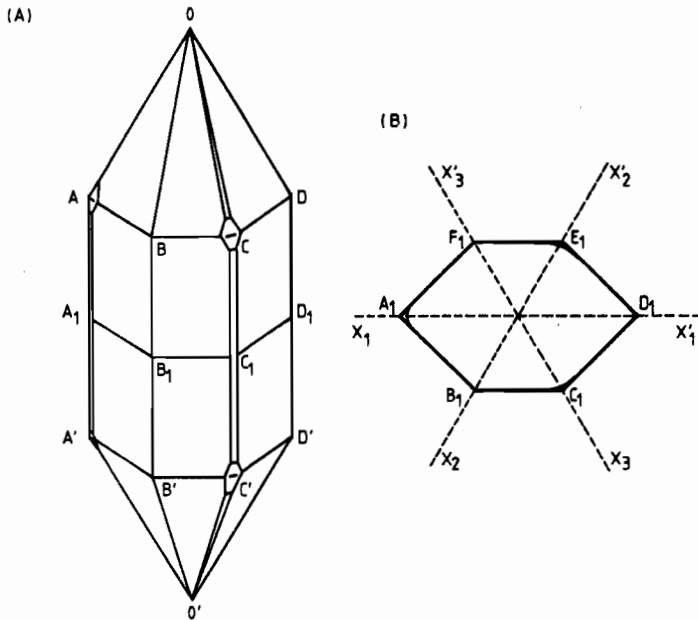


FIGURE 1.

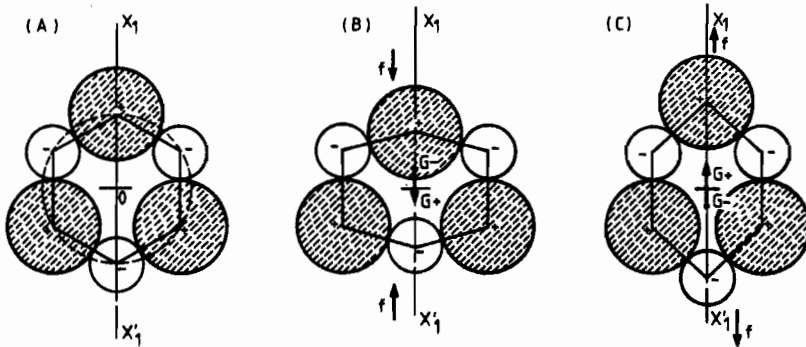


FIGURE 2.

hexagonales (fig. 1). On le trouve en URSS, au Brésil et à Madagascar, sous la forme de monocristaux, dont la masse peut atteindre plusieurs centaines de kilogrammes, et qui prennent l'aspect de la figure 1. Il peut aussi être obtenu par synthèse.

L'axe  $OO'$  est appelé axe optique. C'est un axe ternaire (ou d'ordre 3) parce que le cristal se superpose à lui-même par une rotation de  $2\pi/3$  autour de lui. Il ne peut être d'ordre 6 parce que les sommets A, C, E et A', C', E' sont tronqués.

Du point de vue électrique, les directions remarquables sont celles des trois axes binaires  $X_1X'_1$ ,  $X_2X'_2$  et  $X_3X'_3$  qui réunissent deux arêtes opposées : ce sont les axes électriques.

Si nous nous intéressons à l'édifice cristallin, celui-ci peut être divisé en groupes de trois molécules de  $SiO_2$ . Si nous coupons un de ces groupes par un plan perpendiculaire à l'axe optique et que nous projetons alors le groupe sur ce plan, nous obtenons schématiquement l'aspect de la figure 2A : les gros cercles, en grisé, représentent les

atomes silicium, lesquels portent deux charges positives et les petits cercles représentent les molécules d'oxygène, porteuses de deux charges négatives. Les six charges positives et les six charges négatives sont disposées au sommet d'un hexagone régulier : en conséquence de quoi le centre de gravité  $G_+$  des charges positives se confond avec le centre de gravité  $G_-$  des charges négatives et le moment électrique de l'ensemble est nul (7).

### Phénomène piézo-électrique direct

Si l'on taille une lame de quartz sous la forme d'un parallélépipède rectangle de telle façon que deux de ses faces soient parallèles à l'axe optique tout en étant perpendiculaires à l'axe électrique  $X_1X'_1$  (taille dite « de Curie ») et que l'on exerce une pression  $p$  suivant ce dernier, l'édifice cristallin se déforme et  $G_+$  ne coïncide plus avec  $G_-$  (fig. 2B) ; en effet,  $G_+$  s'est déplacé vers le bas et  $G_-$  s'est déplacé vers le haut. Nous avons donc apparition d'un dipôle et d'un moment électrique.

Le même phénomène, mais cette fois en exerçant une traction, conduira à l'apparition d'un dipôle (et donc encore d'un moment électrique mais de sens inverse au précédent) :  $G_+$  se déplace vers le haut et  $G_-$  se déplace vers le bas, ce que montre la figure 2C.

Cela explique pourquoi une lame de quartz, taillée perpendiculairement à l'un de ses axes électriques, acquiert des charges superficielles quand son épaisseur varie sous l'effet de contraintes mécaniques extérieures.

Si nous désignons par  $f$  la force appliquée, par  $p$  la pression exercée (positive s'il s'agit d'une traction, négative s'il s'agit d'une compression), par  $q$  la charge totale et par  $\sigma$  la densité superficielle de charge qui apparaissent sur une des faces perpendiculaires à l'axe électrique  $X_1X'_1$ , l'expérience montre que :

$$\sigma = kp$$

ou

$$q = -kps = -kf \quad (1)$$

$s$  étant la surface d'une des faces considérées de la lame.

Le coefficient  $k$ , appelé module piézo-électrique, a pour valeur :

$$k = 2,12 \cdot 10^{-12} \text{ Cb/N}$$

Cet effet piézo-électrique est faible puisque pour une pression de l'ordre de  $10^5$  Pascals (pression atmosphérique), la densité de charges  $\sigma$  n'est que de  $2,1 \cdot 10^{-7}$  Coulombs/m<sup>2</sup>.

Les charges dont nous avons parlé jusqu'à présent sont liées au cristal ; toutefois, si nous métallisons les deux faces – celles sur lesquelles s'exercent directement les contraintes – et que nous les relient alors entre elles, il apparaît sur chacune d'elles par influence des charges égales – en valeur absolue – et opposées – en signe – à celles que porte le cristal.

D'une manière générale, si on établit alors entre ces armatures métallisées la différence de potentiel  $V$  et qu'on exerce la compression  $f$ , les armatures prendront des charges de signes contraires égales à :

$$q = C_0 V + kf \quad (2)$$

$C_0$  étant la capacité du condensateur constitué par la métallisation.

### Effet piézo-électrique inverse

Les forces mécaniques ne sont pas les seules susceptibles de déformer la lame ainsi taillée ; un champ électrique  $E$ , en exerçant sur les atomes de silicium (positifs) et sur les molécules d'oxygène (négatives) des forces de sens contraires, conduit à un résultat similaire. Ce champ  $E$ , généré par une ddp  $V$ , provoque une déformation du cristal.

D'une manière générale, l'allongement du cristal suivant l'axe  $X_1 X'_1$ , si on le soumet simultanément à une compression et à une différence de potentiel  $V$ , sera donné par :

$$x = \frac{x_0}{E} f + kV \quad (3)$$

où  $x_0$  désigne l'épaisseur initiale de la lame de quartz et  $E$  le module d'élasticité du cristal dans la direction de l'axe électrique  $X_1 X'_1$  :

$$f = E \cdot \Delta x \text{ avec } \Delta x = x - x_0.$$

### Cellule équivalente à un quartz

(Le lecteur qui ne pourrait suivre les calculs peut passer directement aux conclusions de ce paragraphe.)

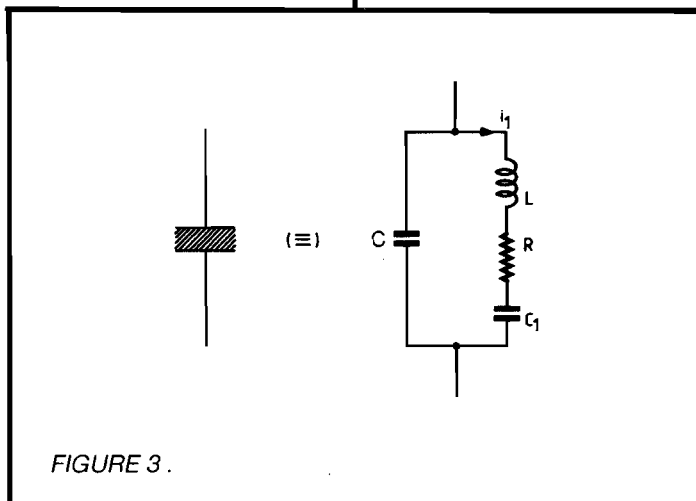


FIGURE 3.

Éliminons  $f$  entre (2) et (3). Il vient :

$$Q = \left( C_0 + \frac{k^2 E}{x_0} \right) V + kE \frac{x}{x_0} = CV + Q_1 \quad (4)$$

en posant :

$$C = C_0 + \frac{k^2 E}{x_0}$$

$$\text{et } Q_1 = kE \frac{x}{x_0}$$

(4) montre que le quartz piézo-électrique peut être considéré comme constitué par la mise en parallèle de deux circuits, l'un étant le condensateur  $C$  et l'autre un circuit que nous allons définir et qui est parcouru par le courant  $i_1$  :

$$i_1 = \frac{dQ_1}{dt} = \frac{d}{dt} \left( kE \frac{x}{x_0} \right) = k \frac{E}{x_0} \cdot \frac{dx}{dt} \quad (5)$$

En l'absence de ddp appliquée, l'allongement permanent du quartz sous l'action de la force constante  $f$  est :

$$x = \frac{x_0}{E} \cdot f$$

En l'absence de force appliquée et sous l'action d'une ddp constante  $V$ , l'allongement de la lame de quartz est :

$$x = kV$$

et donc le même que sous l'action d'une force  $f'$  :

$$f' = kE \frac{V}{x_0}$$

Sous l'action de cette force, le quartz est soumis à un mouvement vibratoire satisfaisant à une équation différentielle régissant la variation de l'allongement  $x$  en fonction du temps, sous l'influence d'un ddp alternative  $v$  ; les déformations du quartz soumis à une ddp périodique sont relativement

complexes, mais, comme l'a montré Cady, on peut ramener ce mouvement à un mouvement oscillatoire de la forme :

$$a \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + cx = \frac{kE}{x_0} \cdot v$$

$a$  étant proportionnel à la masse du quartz,  $b$  à l'amortissement et  $c$  aux forces élastiques ( $c = E/x_0$ ) n d'où :

$$\frac{x_0}{kE} a \left( \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + \frac{E}{x_0} x \right) = v$$

et, compte tenu de (5) :

$$\frac{x_0^2}{k^2 E^2} a \left( \frac{di_1}{dt} + bi_1 + \frac{E}{x_0} \int i_1 dt \right) = v \quad (6)$$

Le courant  $i_1$  est donc le même que celui qui parcourrait un circuit comprenant en série une self  $L$ , une résistance  $R$  et une capacité  $C_1$  telles que :

$$L = \frac{x_0^2}{k^2 E^2} a ; R = \frac{x_0^2}{k^2 E^2} b ; C_1 = \frac{k^2 E}{x_0}$$

d'où l'équivalence de la figure 3.

$L$  est de l'ordre de plusieurs henrys,  $C$  est compris entre quelques picofarads et une fraction de picofarads, alors que  $R$  est compris entre plus certaines et plusieurs dizaines de milliers d'ohms ; quant à  $C_1$ , il est de 100 à 200 fois plus petit que  $C$ .

### Etude de la cellule équivalente au quartz

L'impédance  $Z$  de la cellule de la figure 3 s'écrit :

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \quad (7)$$

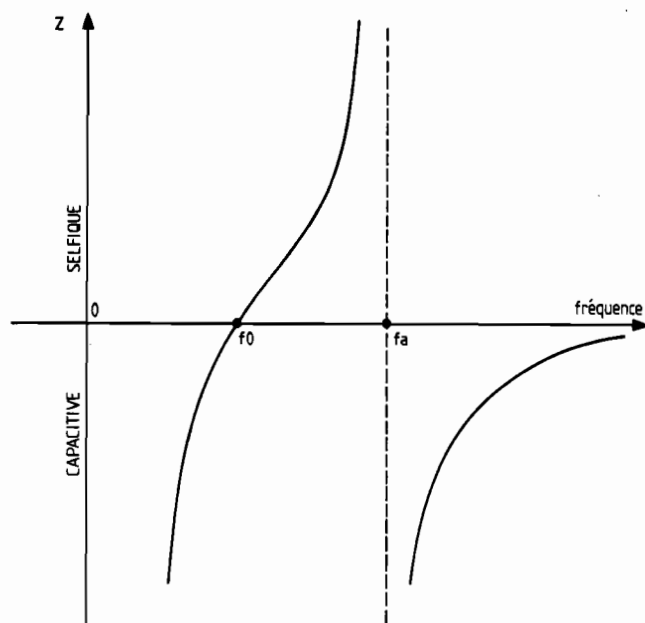


FIGURE 4.

avec  $\frac{1}{Z_1} = jC\omega$

$$\text{et } Z_2 = R + j \left( L\omega - \frac{1}{C_1\omega} \right) \quad (8)$$

Dans les calculs sur  $Z_2$  et  $Z$ , nous aurons toujours à considérer des fréquences voisines de la fréquence  $f_0$  de résonance du quartz

$$f_0 = 1/2 \pi \sqrt{LC_1}$$

D'autre part, les réactances étant très grandes vis-à-vis de  $R$ , nous pouvons négliger cette dernière.

$$\text{Et } Z_2 \approx j \left( L\omega - \frac{1}{C_1\omega} \right)$$

$$= j \frac{LC_1\omega^2 - 1}{C_1\omega} = j \cdot \frac{n}{C_1\omega}$$

en posant  $n = LC_1\omega^2 - 1$ .

$n$  représente très sensiblement le double du désaccord relatif vis-à-vis de la pulsation de résonance

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC_1}$$

En effet :

$$n = LC_1\omega^2 - 1 = LC_1\omega^2_0 \cdot \frac{\omega^2}{\omega^2_0} - 1$$

$$= \left( \frac{\omega}{\omega_0} + 1 \right) \left( \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \right) \approx 2 \left( \frac{\omega - \omega_0}{\omega} \right)$$

puisque  $\omega \approx \omega_0$ , d'après ce qui a été dit

plus haut. Et (7) devient :

$$\frac{1}{Z} = jC\omega - j \frac{C_1\omega}{n} = jC\omega \left( 1 - \frac{C_1}{C_n} \right)$$

En posant  $C_1/C = \alpha$ , il vient :

$$\frac{1}{Z} = jC\omega \left( 1 - \frac{\alpha}{n} \right)$$

et, pour l'impédance,

$$Z = \frac{jn}{C\omega(\alpha - n)}$$

Les variations de  $Z$  en fonction de la fréquence sont données figure 4. La résonance a lieu pour  $n = 0$ , soit donc pour  $f_0$  alors que l'anti-résonance a lieu pour  $f_a = \sqrt{1 + \alpha/2} \pi \sqrt{LC_1}$ ; mais  $\alpha$  étant petit,

$$f_a \approx \frac{1 + (\alpha/2)}{2 \pi \sqrt{LC_1}} = f_0 \left( 1 + \frac{\alpha}{2} \right)$$

Ce qui montre que  $f_0$  et  $f_a$  ne sont séparées que par une fraction de pourcent.

**Remarque 1 :** Nous avons admis que tout le diélectrique était constitué par la seule substance cristalline de la lame de quartz. En fait, pour que le quartz puisse vibrer, il est parfois nécessaire qu'il ne soit pas en contact avec les électrodes; tout se passe comme si un condensateur  $C_s$  à lame d'air était mis en série avec le quartz.

**Remarque 2 :** Le quartz, naturel ou synthétique, n'est pas le seul matériau piézo-électrique. Les ferro-électriques (céramiques, tantalate de lithium) acquièrent cette propriété par polarisation. Par ailleurs, le sel de Seignette et de Rochelle ont naturellement cette propriété; il en est bien d'autres.

Maintenant que nous connaissons mieux le quartz, et l'effet piézo-électrique, nous serons mieux à même d'aborder quelques montages oscillateurs où ce matériau entre en jeu; ce que nous ferons dans le prochain numéro.

Ch. PANNEL

## Bibliographie

[1] Frederick V HUNT : « Electroacoustics. The analysis of transduction and its historical background », réédité en 1982 par l'Acoustical Society of America.

[2] René-Just HAÛY : « Sur l'électricité produite dans les minéraux à l'aide de la pression ». *Mémoire du Museum d'Histoire Naturelle* (Paris) 3, 223-228 (1817), repris par les *Annales de Chimie et Physique* (2) 8, 95-101 (1817).

[3] Antoine-César BECQUEREL : « Sur le développement de l'électricité dans les corps par la pression et la dilatation ». *Bulletin des Sciences*, par la Société Philomatique de Paris (3) 7, 149-155 (1820); « Sur le développement de l'électricité par la pression; lois de développement ». *Annales de Chimie et Physique* (2) 22, 5-34 (1823).

[4] Jacques CURIE et Pierre CURIE : « Développement par compression de l'électricité polaire dans les cristaux hémédres à faces inclinées. » *Bulletin de la Société Minéralogique de France*. 3, 90-93 (1880) et *Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences* 91, 294-295 et 383-386 (1880).

[5] Gabriel LIPPMANN : « Sur le principe de la conservation de l'électricité ». *Compte-rendus de l'Académie des Sciences*. 92, 1049-1051, 1149-1152 (1881).

[6] Jacques CURIE et Pierre CURIE : « Contractions et dilatations produites par des tensions électriques dans les cristaux hémédres à faces inclinées. » *Comptes-rendus de l'Académie des Sciences*. 93, 1137-1140 (1881).

[7] Georges GOUDET : « Electronique industrielle ». Eyrolles (1957).